

目次

1952年8月创刊

主 编 刘恩山  
副主编 丁明孝  
王月丹  
张 兰  
编委(按姓氏笔划为序)  
丁远毅 丁明孝 王月丹 王永胜  
王英典 王重力 王 薇 左明雪  
石 飞 石 建 卢文祥 卢龙斗  
白逢彦 朱立祥 刘全儒 刘启宪  
刘胜祥 刘俊波 刘恩山 刘敬泽  
许木启 李金龙 李晓辉 何忠效  
何奕颢 张可柱 张 华 张劲硕  
张春光 张雁云 陈月艳 陈伟烈  
陈保新 郑光美\* 郑春和 赵占良  
荆林海 姜联合 徐国恒 郭玉海  
桑建利 常彦忠 梁前进 鲁凤民  
甄 橙 鲍时来 颜忠诚  
\*中国科学院院士  
编 辑  
张 兰 徐 冰 郝晓冉 贾晓会

主 管:中国科学技术协会  
主 办:中国动物学会、中国植物学会  
北 京 师 范 大 学  
编辑出版:《生物学通报》编委会、编辑部  
地 址:北京市新街口外大街19号  
北京师范大学生命科学学院内  
邮政编码:100875  
电 话:(010)58807645  
网 址: <http://swxtb.bnu.edu.cn>  
投稿邮箱: [swxtb@163.com](mailto:swxtb@163.com)  
微信公众平台: shengwuxuetongbao  
排 版:《生物学通报》期刊社  
印 刷:保定市海天印务有限公司  
总发行处:北京市报刊发行局  
订 购 处:全国各邮电局  
合作平台:中邮阅读网([www.183read.com](http://www.183read.com))  
国外总发行:中国国际图书贸易集团有限公司  
广告发布登记审批:京海工商广登字20170250号  
国际刊号:ISSN 0006-3193  
国内统一刊号:CN 11-2042/Q  
国内邮发代号:2-506 国外代号:M320  
每期定价:18.00元 全年定价:216.00元  
公 开 发 行



本期责任编辑 贾晓会

综述与进展

噬菌体基因组编辑技术及其研究进展.....  
..... 刘 瑶 陈慧林 高玉婷 李 好 李 琦(1)

基础与研究

植物传粉和交配过程中几个易混淆概念的辨析.....  
..... 李小蒙 郭祥龙 刘星宇(6)

遗传计算中乘法定理使用条件的数学论证.....  
..... 王玉龙 马晋闽 李俊龙(8)

种群数量增长的“增长率”与“增长速率”辨析 ..... 李 钟 尹翱翔(12)

课程·教材改革

人教版《普通高中教科书生物学》简介 ..... 赵占良 谭永平(15)

课堂教学设计

“生物有共同祖先的证据”一节的论证式教学设计.....  
..... 朱婧涵 曹志江(18)

“转基因生物的安全性”一节“互联网+”教学实践.....  
..... 成立曼 董卅姝 王 新(22)

单元整体教学视域下“酶活性的影响因素”的课时教学设计 .....  
..... 赵正瑜(27)

“神经-体液调节之信息传递”单元情境教学设计 ..... 马小年 路 遥(31)

教学实践与交流

科学家的科学探究对生物学教学的启示 ..... 林建春(35)

初中生物学学习的学习性评价..... 古中标(38)

一类一般遗传概率问题的通用简便解法 ..... 王龙群(40)

摩尔根果蝇杂交实验的科学逻辑思维.....  
..... 谢仁荣 刘永生 申定健 林艾芳(43)

实验与技术

高中综合实验设计——以“表达和纯化红色荧光蛋白标记的类弹性  
蛋白”为例 ..... 张 蕾(46)

枝孢霉丝孢真菌生长特性的研究 ..... 蔡程山 白飞荣 王鹏辉  
张天赐 葛媛媛 刘吉泉 林雅芳 蔡俊松 姚 粟(50)

人体排尿反射仿真动态演示模型的制作和使用 ..... 黄婷婷 虞 驰(57)

生物学奥林匹克竞赛

第29届国际生物学奥林匹克竞赛试题 理论2-3.....  
..... 杨 扬 张 立 张雁云 范六民 周 洁(60)

其 他

英文目次 ..... (目次II)

封面说明——捕食中华蜜蜂的三突伊氏蛛 ..... 宋憬愚(7)

《纷乱中的秩序——主宰生命的奥秘》——《生物学通报》科普文选系列  
丛书第1册出版发行 ..... (56)

# BULLETIN OF BIOLOGY (Monthly)

2022 April No.4

## CONTENTS (main topics)

Research progresses of phage genome editing engineering technology .....	
..... Liu Yao Chen Huilin Gao Yuting Li Hao Li Qi(1)	
Differentiation of several confusing concepts in plant pollination and mating .....	
..... Li Xiaomeng Guo Xianglong Liu Xingyu(6)	
Mathematical demonstration of the use conditions of multiplication theorem in genetic algorithm .....	
..... Wang Yulong Ma Jinmin Li Junlong(8)	
Differentiation between "per capita population growth rate" and "population growth rate" .....	
..... Li Zhong Yin Aoxiang(12)	
The introduction of high school biology textbook published by People's Education Press .....	
..... Zhao Zhanliang Tan Yongping(15)	
An argumentation teaching design for "evidence of common ancestry" .....	
..... Zhu Jinghan Cao Zhijiang(18)	
The teaching design of "safety of genetically modified organisms" under the background of "internet +" education .....	
..... Cheng Liman Dong Sashu Wang Xin(22)	
Teaching design of "factors affecting enzyme activity" from the perspective of unit overall teaching .....	
..... Zhao Zhengyu(27)	
A case study on situational unit teaching: Information transmission in neurohumoral regulation .....	
..... Ma Xiaonian Lu Yao(31)	
Enlightenment of scientists' scientific inquiry to biology teaching .....	
..... Lin Jianchun(35)	
The learning evaluation of biology teaching in junior middle school .....	
..... Gu Zhongbiao(38)	
A simple method for solving a class of general genetic probability problems .....	
..... Wang Longqun(40)	
Scientific logical thinking in hybridization of <i>Drosophila</i> by Morgan .....	
..... Xie Renrong Liu Yongsheng Shen Dingjian Lin Aifang(43)	
Comprehensive experimental design for high school: Taking the expression and purification of fusion protein mCherry-elastin as an example .....	
..... Zhang Lei(46)	
A preliminary study on the growth characteristics of the genus <i>Cladosporium hyphomycetes</i> .....	
..... Cai Chengshan Bai Feirong Wang Penghui Zhang Tianci Ge Yuanyuan Liu Jiquan Lin Yafang Cai Junsong Yao Su(50)	
The make and use of the simulated dynamic demonstration model of human micturition reflex .....	
..... Huang Tingting Yu Chi(57)	

# 遗传计算中乘法定理使用条件的数学论证\*

王玉龙 马晋闽 李俊龙

(广东实验中学 广东广州 510055)

**摘要** 在遗传计算中可利用配子棋盘法或乘法定理进行解题,通常乘法定理是较为简便、快捷的,但要在满足相应条件下才能使用。通过梳理2个个体间及群体间的杂交,并基于数学模型推导了不同基因型群体间的杂交,以数学表达式的形式呈现了棋盘法和乘法定理的计算结果,得出了乘法定理的使用条件。

**关键词** 乘法定理 使用条件 棋盘法 自由组合 群体

中国图书分类号:G633.91 文献标识码:A

棋盘法(庞纳特表格法)和基于乘法定理的分支法是解决高中遗传学计算问题的常用方法。棋盘法是孟德尔在解释自由组合定律时首先使用的,即根据亲本所产生的雌、雄配子,通过画“棋盘表格”表示雌、雄配子的随机结合。该方法分析的思路清晰明了,但书写过程复杂,计算相对繁琐。故可对生物学的本质问题进行数学抽象处理,将棋盘法变形转化为利用乘法定理进行计算:找到遗传学问题情境中的独立事件,对每个事件发生的概率进行乘积,进而计算出独立事件同时发生的概率。乘法定理的计算方法较为简单,但前提是必须准确把握独立事件是否为真正的独立事件,尤其是在亲本的基因型不止一种的情形下,更要正确认识乘法定理的使用条件,否则计算中很容易出错。

## 1 棋盘法

人教版高中生物学必修2教材在介绍孟德尔的自由组合定律时,使用了棋盘法解释9:3:3:1(图1)。图中的第1列和第1行分别为4种雌、雄配子,图中对应了16种组合方式,经合并有9种基因型、4种表型,其比例为9:3:3:1,进而解释了孟德尔的实验现象。

棋盘法在解释遗传学问题时,是从其根本——雌、雄配子的角度出发,比较容易理解和接受,但在实际应用或解题方面较为复杂。在进行遗传计算时,学生若每道题都用棋盘法解答则缓

慢、繁琐,且合并时容易出错。基因自由组合定律涉及的概率计算,本质上是在利用杂交组合法、配子法等计算1对等位基因概率的基础上,通过乘法定理和相加法则计算2对或多对等位基因的遗传概率<sup>[1]</sup>,所以,可转换角度使用乘法定理实现。

配子	♂	YR	yR	Yr	yr
♀		1/4	1/4	1/4	1/4
YR	1/4	YY RR	Yy RR	YY Rr	Yy Rr
yR	1/4	Yy RR	yy RR	Yy Rr	yy Rr
Yr	1/4	YY Rr	Yy Rr	YY rr	Yy rr
yr	1/4	Yy Rr	yy Rr	Yy rr	yy rr

图1 孟德尔解释9:3:3:1时所用的配子棋盘法

## 2 乘法定理

在数学上,乘法定理是指当一个事件的发生不影响另一个事件的发生时,这2个事件互为独立事件,独立事件同时或相继出现的概率是它们各自概率的乘积。在孟德尔的黄色圆粒与绿色皱粒豌豆杂交实验中,控制颜色和形状的基因位于非同源染色体上,其遗传是相互独立的,故可用乘法定理解释实验现象。

在颜色的遗传上, $F_1$ 为 $Yy$ , $F_1$ 自交产生的 $F_2$ 为 $YY:Yy:yy=1:2:1$ ,即 $Y_:yy=3:1$ 。同理在形状的遗传上, $F_2$ 为 $RR:Rr:rr=1:2:1$ ,即 $R_:rr=3:1$ 。由于二者独立遗传,故可用表1表示 $F_2$ 的性状。

\*基金项目:广东省教育科学规划2021年度中小学教师教育科研能力提升计划项目“基于科学思维培养的高中生物深度学习教学实践研究”(2021YQJK618)

表中的第1列为F<sub>2</sub>颜色的表型,第1行为F<sub>2</sub>形状的表型,二者独立遗传即有4种组合方式,经计算可得表型为9:3:3:1。该表格的解释结合了生物学原理与数学原理,先利用生物学原理得出第1列与第1行的3:1,再利用数学原理进行相应的组合,但并非在生物学本质角度上的阐释。通过该表也可知9:3:3:1=(3:1)×(3:1),该方法较简洁明了,甚至可实现对某些问题的口算,是进行遗传计算的常用方法。

表1 乘法定理对9:3:3:1的解释

	形状	
颜色	<i>R</i> <sub>-</sub> (3/4)	<i>r</i> <i>r</i> (1/4)
<i>Y</i> <sub>-</sub> (3/4)	<i>Y</i> <sub>-</sub> <i>R</i> <sub>-</sub> (9/16)	<i>Y</i> <sub>-</sub> <i>r</i> <i>r</i> (3/16)
<i>yy</i> (1/4)	<i>yyR</i> <sub>-</sub> (3/16)	<i>yyrr</i> (1/16)

### 3 乘法定理和棋盘法的应用举例

3.1 2个个体之间的杂交情况 例1(新人教版必修2第16页),某种动物的直毛(*B*)对卷毛(*b*)为显性,黑色(*D*)对白色(*d*)为显性,控制2种性状的基因独立遗传。基因型为*BbDd*的个体与个体X交配,子代的表型及其比例为直毛黑色:卷毛黑色:直毛白色:卷毛白色=3:1:3:1。那么个体X的基因型为( )。

- A.*bbDd* B.*Bbdd* C.*BbDD* D.*bbdd*

利用乘法定理可知3:1:3:1=(3:1)×(1:1),根据性状的对应关系可知直毛:卷毛=3:1,黑色:白色=1:1。根据自交与测交的性状分离比可知,亲本应为*Bb*×*Bb*,*Dd*×*dd*,故X的基因型为*Bbdd*。

对上述问题也可用棋盘法进一步解析、验证,解析过程见表2。

表2 *BbDd*与*Bbdd*个体杂交的配子棋盘法

	♂				
♀		<i>BD</i>	<i>Bd</i>	<i>bD</i>	<i>bd</i>
<i>Bd</i>		<i>BBDd</i>	<i>BBdd</i>	<i>BbDd</i>	<i>Bbdd</i>
<i>bd</i>		<i>BbDd</i>	<i>Bbdd</i>	<i>bbDd</i>	<i>bbdd</i>

据表2可知,F<sub>1</sub>表型比例为*B\_D\_*:*bbD\_*:*B\_dd*:*bbdd*=3:1:3:1,与乘法定理的计算结果相同。

3.2 双基因型的群体与单基因型的群体相互间的随机交配 例2(人教版必修2第13页,节选),某人用黄色(*Y*)圆粒(*R*)和绿色(*y*)皱粒(*r*)的豌豆进行杂交,发现后代出现4种类型,对性状的统计结果如图2,如果用F<sub>1</sub>中的黄色圆粒豌豆与绿色皱粒

豌豆杂交,得到的F<sub>2</sub>的表型及比例为\_\_\_\_\_。

分析:根据图2的杂交结果可知,亲本的基因型为*YyRr*×*yyRr*,F<sub>1</sub>的基因型及比例为*YyRR*(1/8)、*YyRr*(1/4)、*Yyrr*(1/8)、*yyRR*(1/8)、*yyRr*(1/4)、*yyrr*(1/8),F<sub>1</sub>中的黄色圆粒豌豆与绿色皱粒豌豆杂交,即为*YyRR*、*YyRr*与*yyrr*杂交,其中*YyRR*×*yyrr*比例为1/3,*YyRr*×*yyrr*比例为2/3。与个体间的杂交相比,此情境为双基因型与单基因型之间的混合杂交,可尝试用乘法定理和棋盘法进行分析。

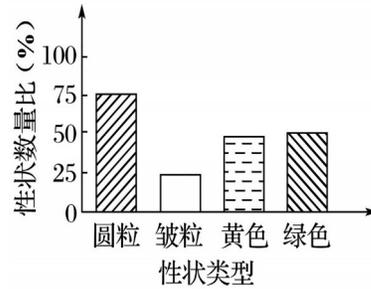


图2 黄色圆粒与绿色皱粒豌豆杂交所得F<sub>1</sub>

经简单计算可知,F<sub>2</sub>中颜色表型*Y\_*:*yy*=1:1,即黄色:绿色=1:1;F<sub>2</sub>中形状表型*R\_*:*rr*=2:1,即圆粒:皱粒=2:1。根据乘法定理,可知F<sub>2</sub>中黄色圆粒:绿色圆粒:黄色皱粒:绿色皱粒=2:2:1:1。

对上述问题也可用棋盘法分析,混合杂交中混合亲本所能产生的配子及比例为:*YR*(1/3)、*Yr*(1/6)、*yR*(1/3)、*yr*(1/6),分析过程如表3。

表3 *YyRR*、*YyRr*与*yyrr*混合杂交的棋盘法分析

	♂				
♀		<i>YR</i> (1/3)	<i>Yr</i> (1/6)	<i>yR</i> (1/3)	<i>yr</i> (1/6)
<i>yr</i>		<i>YyRr</i> (1/3)	<i>Yyrr</i> (1/6)	<i>yyRr</i> (1/3)	<i>yyrr</i> (1/6)

据表3可知,F<sub>2</sub>的表型及比例与乘法定理的计算结果相同。单独分析颜色的杂交组合情况可知,上述混合杂交中*YY*×*yy*(1);单独分析形状的杂交组合情况可知,上述混合杂交中*RR*×*rr*(1/3),*Rr*×*rr*(2/3)。群体杂交时*YyRR*×*yyrr*比例为1/3,*YyRr*×*yyrr*比例为2/3,所以,从各基因型之间的杂交组合分析,各基因型之间的组合也是互不影响的,故乘法定理与棋盘法所得结果是一致的。

3.3 2个群体(各含有2种基因型)之间的随机交配 例3,在上述例2中的情境下,若用F<sub>1</sub>中的黄色圆粒与绿色圆粒豌豆杂交,得到的F<sub>2</sub>的表型及比例为\_\_\_\_\_。

分析: $F_1$ 中的黄色圆粒豌豆基因型为  $YyRR(1/3)$ 、 $YyRr(2/3)$ ,绿色圆粒豌豆基因型为  $yyRR(1/3)$ 、 $yyRr(2/3)$ 。对上述群体之间的混合随机交配问题,单独分析颜色的杂交组合情况可知  $Yy \times yy(1)$ ,单独分析形状的杂交组合情况可知  $RR \times RR(1/9)$ 、 $RR \times Rr(4/9)$ 、 $Rr \times Rr(4/9)$ 。群体杂交时  $YyRR \times yyRR(1/9)$ 、 $YyRR \times yyRr(2/9)$ 、 $YyRr \times yyRR(2/9)$ 、 $YyRr \times yyRr(4/9)$ ,所以,从各基因型之间的杂交组合情况分析,各基因型之间的组合也是互不影响的,该问题可适用于乘法定理。

利用乘法定理分析, $F_1$ 中黄色圆粒与绿色圆粒豌豆杂交,所产生的  $F_2$ 中  $Y_::yy=1:1$ ,即黄色:绿色=1:1; $F_1$ 中(黄色)圆粒与(绿色)圆粒的杂交是  $RR(1/3)$ 、 $Rr(2/3)$ 的群体间自由交配情况,故  $F_2$ 中圆粒:皱粒=8:1,所以, $F_2$ 中的表型及比例为黄色圆粒:绿色圆粒:黄色皱粒:绿色皱粒=8:8:1:1。

对上述问题若用棋盘法分析,则需先计算出2种基因型的亲本群体所产生的配子及比例。黄色圆粒群体所产生的配子及比例为  $YR(1/3)$ 、 $Yr(1/6)$ 、 $yR(1/3)$ 、 $yr(1/6)$ ;绿色圆粒的群体产生的配子及比例为  $yR(2/3)$ 、 $yr(1/3)$ ,分析过程如表4所示。

表4  $YyRR$ 、 $YyRr$ 与  $yyRR$ 、 $yyRr$ 群体间随机交配的棋盘法分析

	$\delta$				
$\varphi$		$YR(1/3)$	$Yr(1/6)$	$yR(1/3)$	$yr(1/6)$
$yR(2/3)$		$YyRR(2/9)$	$YyRr(2/18)$	$yyRR(2/9)$	$yyRr(2/18)$
$yr(1/3)$		$YyRr(1/9)$	$Yyrr(1/18)$	$yyRr(1/9)$	$yyrr(1/18)$

据表4可知, $F_2$ 中黄色圆粒:绿色圆粒:黄色皱粒:绿色皱粒=8:8:1:1,与乘法定理的计算结果相同。

例4,在上述例2的情境下,若用  $F_1$ 中的黄色圆粒豌豆(作父本)与  $F_1$ 中  $Yyrr$ 、 $yyRr$ 的豌豆群体(作母本)随机交配,得到的  $F_2$ 的表型及比例为\_\_\_\_\_。

分析:经计算可知  $F_1$ 中的父本群体中有2种基因型  $YyRR(1/3)$ 、 $YyRr(2/3)$ , $F_1$ 中的母本群体中有2种基因型  $Yyrr(1/3)$ 、 $yyRr(2/3)$ 。上述的群体间随机交配可得  $F_2$ 中  $Y_::yy=7:5$ ,即黄色:绿色=7:5, $F_2$ 中圆粒:皱粒=7:2。利用乘法定理可得, $F_2$ 中黄色圆粒:绿色圆粒:黄色皱粒:绿色皱粒=

49:35:14:10。

对上述问题用棋盘法分析可知, $F_1$ 中  $Yyrr$ 、 $yyRr$ 的母本群体所能产生的配子类型有  $Yr(1/6)$ 、 $yR(1/3)$ 、 $yr(1/2)$ , $F_1$ 中的黄色圆粒父本群体能产生的配子有  $YR(1/3)$ 、 $Yr(1/6)$ 、 $yR(1/3)$ 、 $yr(1/6)$ ,棋盘法分析过程如表5所示。

表5  $YyRR$ 、 $YyRr$ 与  $yyRR$ 、 $yyRr$ 群体间随机交配的棋盘法分析

	$\delta$				
$\varphi$		$YR(1/3)$	$Yr(1/6)$	$yR(1/3)$	$yr(1/6)$
$Yr(1/6)$		$YYRr(1/18)$	$YYrr(1/36)$	$YyRr(1/18)$	$Yyrr(1/36)$
$yR(1/3)$		$YyRR(1/9)$	$YyRr(1/18)$	$yyRR(1/9)$	$yyRr(1/18)$
$yr(1/2)$		$YyRr(1/6)$	$Yyrr(1/12)$	$yyRr(1/6)$	$yyrr(1/12)$

据表5可知, $F_2$ 中黄色圆粒:绿色圆粒:黄色皱粒:绿色皱粒=16:12:5:3,该结果与乘法定理计算的结果不同,说明乘法定理在此情境下并不适用。进一步分析可知,父本群体  $YyRR(1/3)$ 、 $YyRr(2/3)$ ,母本群体  $Yyrr(1/3)$ 、 $yyRr(2/3)$ ,群体间随机交配时,会有  $Yy \times Yy(1/3)$ 、 $Yy \times yy(2/3)$ 、 $RR \times Rr(2/9)$ 、 $RR \times rr(1/9)$ 、 $Rr \times Rr(4/9)$ 、 $Rr \times rr(2/9)$ 。但2对基因型之间却未能呈现出随机组合,如上述  $Yy \times Yy(1/3)$ ,但这1/3的组合中只有  $YyRR \times Yyrr(1/9)$ 、 $YyRr \times yyRr(2/9)$ 这样2种杂交组合,并不包括  $YyRR \times YyRr$ 、 $YyRr \times Yyrr$ 的杂交组合,即从基因型的杂交组合角度分析,2对基因型之间的组合不是相互独立的,故乘法定理在此情境并不适用。

#### 4 乘法定理使用条件的论证

对2对独立遗传的相对性状而言,2个群体(各含2种基因型)之间随机交配,则每个群体最多能产生4种配子  $AB$ 、 $Ab$ 、 $aB$ 、 $ab$ ,母本群体此4种配子的概率分别以  $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$ 、 $d_1$ 表示,父本群体此4种配子的概率分别以  $a_2$ 、 $b_2$ 、 $c_2$ 、 $d_2$ 表示。计算时可用棋盘法表示子代各基因型的概率,如表6所示。

表6 2个群体之间随机交配的棋盘法表示

	$\delta$				
$\varphi$		$AB(a_2)$	$Ab(b_2)$	$aB(c_2)$	$ab(d_2)$
$AB(a_1)$		$AABB(a_1a_2)$	$AABb(a_1b_2)$	$AaBB(a_1c_2)$	$AaBb(a_1d_2)$
$Ab(b_1)$		$AABb(a_2b_1)$	$AAbb(b_1b_2)$	$AaBb(b_1c_2)$	$Aabb(b_1d_2)$
$aB(c_1)$		$AaBB(a_2c_1)$	$AaBb(b_2c_1)$	$aaBB(c_1c_2)$	$aaBb(c_1d_2)$
$ab(d_1)$		$AaBb(a_2d_1)$	$Aabb(b_2d_1)$	$aaBb(c_2d_1)$	$aabb(d_1d_2)$

表 7 棋盘法与乘法定理对群体间随机交配的计算结果比较

基因型	棋盘法计算所得概率	乘法定理计算所得概率
<i>AABB</i>	$a_1a_2$	$(a_1+b_1)(a_2+b_2)(a_1+c_1)(a_2+c_2)$
<i>AAbb</i>	$b_1b_2$	$(a_1+b_1)(a_2+b_2)(b_1+d_1)(b_2+d_2)$
<i>aaBB</i>	$c_1c_2$	$(c_1+d_1)(c_2+d_2)(a_1+c_1)(a_2+c_2)$
<i>aabb</i>	$d_1d_2$	$(c_1+d_1)(c_2+d_2)(b_1+d_1)(b_2+d_2)$
<i>AABb</i>	$a_1b_2+a_2b_1$	$(a_1+b_1)(a_2+b_2) \times [(a_1+c_1)(b_2+d_2)+(a_2+c_2)(b_1+d_1)]$
<i>AaBB</i>	$a_1c_2+a_2c_1$	$[(a_1+b_1)(c_2+d_2)+(a_2+b_2)(c_1+d_1)] \times (a_1+c_1)(a_2+c_2)$
<i>Aabb</i>	$b_1d_2+b_2d_1$	$[(a_1+b_1)(c_2+d_2)+(a_2+b_2)(c_1+d_1)] \times (b_1+d_1)(b_2+d_2)$
<i>aaBb</i>	$c_1d_2+c_2d_1$	$(c_1+d_1)(c_2+d_2) \times [(a_1+c_1)(b_2+d_2)+(a_2+c_2)(b_1+d_1)]$
<i>AaBb</i>	$a_1d_2+a_2d_1+b_1c_2+b_2c_1$	$[(a_1+b_1)(c_2+d_2)+(a_2+b_2)(c_1+d_1)] \times [(a_1+c_1)(b_2+d_2)+(a_2+c_2)(b_1+d_1)]$

若用乘法定理计算子代各基因型的概率,须先计算各群体中 *A*、*a*、*B*、*b* 的基因频率。由群体产生的 4 种配子及概率可得,雌性群体中 *A* 的基因频率为  $a_1+b_1$ , *a* 的基因频率为  $c_1+d_1$ , *B* 的基因频率为  $a_1+c_1$ , *b* 的基因频率为  $b_1+d_1$ ; 同理可得,雄性群体中 *A* 的基因频率为  $a_2+b_2$ , *a* 的基因频率为  $c_2+d_2$ , *B* 的基因频率为  $a_2+c_2$ , *b* 的基因频率为  $b_2+d_2$ 。就其中一对基因而言,其随机交配后各基因型的概率为 *AA*:  $(a_1+b_1)(a_2+b_2)$ , *Aa*:  $(a_1+b_1)(c_2+d_2)+(a_2+b_2)(c_1+d_1)$ , *aa*:  $(c_1+d_1)(c_2+d_2)$ ; *BB*:  $(a_1+c_1)(a_2+c_2)$ , *Bb*:  $(a_1+c_1)(b_2+d_2)+(a_2+c_2)(b_1+d_1)$ , *bb*:  $(b_1+d_1)(b_2+d_2)$ 。依据乘法定理和配子棋盘法可计算出 9 种基因型各自的概率,如表 7 所示。若适用乘法定理,则 2 种方法的结果应相同,进而可解出  $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$ 、 $d_1$  与  $a_2$ 、 $b_2$ 、 $c_2$ 、 $d_2$  之间所要满足的条件。

若满足乘法定理,则基因型之间的比例满足  $BB/bb=AABB/AAbb=aaBB/aabb=AaBB/Aabb$

$$\text{即: } (a_1a_2)/(b_1b_2) = (c_1c_2)/(d_1d_2) = (a_1c_2+a_2c_1)/(b_1d_2+b_2d_1) = [(a_1+c_1)(a_2+c_2)]/[(b_1+d_1)(b_2+d_2)] \dots\dots\dots \text{①}$$

同理  $Bb/bb=AABb/AAbb=aaBb/aabb=AaBb/Aabb$

$$\text{即: } (a_1b_2+a_2b_1)/(b_1b_2) = (c_1d_2+c_2d_1)/(d_1d_2) = (a_1d_2+a_2d_1+b_1c_2+b_2c_1)/(b_1d_2+b_2d_1) \dots\dots\dots \text{②}$$

$$\text{对①化简可得: } (a_1)/(b_1) \times (a_2)/(b_2) = (c_1)/(d_1) \times (c_2)/(d_2) = (a_1c_2+a_2c_1)/(b_1d_2+b_2d_1) \dots\dots\dots \text{③}$$

$$\text{对②化简可得: } (a_1)/(b_1) + (a_2)/(b_2) = (c_1)/(d_1) + (c_2)/(d_2) = (a_1d_2+a_2d_1+b_1c_2+b_2c_1)/(b_1d_2+b_2d_1) \dots\dots\dots \text{④}$$

将 ③、④ 中的  $(a_1)/(b_1)$ 、 $(a_2)/(b_2)$ 、 $(c_1)/(d_1)$ 、 $(c_2)/(d_2)$  分别看作一个整体进行运算可知  $(a_1)/(b_1) = (c_1)/(d_1)$ ,  $(a_2)/(b_2) = (c_2)/(d_2)$ , 即  $a_1d_1 = b_1c_1$ ,  $a_2d_2 = b_2c_2$ 。

上述结果说明对于群体间的相互杂交而言,若群体所能产生的雌配子所占比例满足  $(AB) \times (ab) = (Ab) \times (aB)$ , 产生的雄配子所占比例也满足  $(AB) \times (ab) = (Ab) \times (aB)$ , 则在此情境下,群体之间的相互杂交可使用乘法定理进行快速求解,反之,则需要利用配子棋盘法进行求解。

5 乘法定理使用条件的验证

在例 3 中,一方产生的配子为 *YR*(1/3)、*Yr*(1/6)、*yR*(1/3)、*yr*(1/6), 通过计算可知其满足  $(YR) \times (yr) = (Yr) \times (yR)$  的比例关系; 另一方产生的配子为 *yR*(2/3)、*yr*(1/3), 也满足  $(YR) \times (yr) = (Yr) \times (yR)$  的比例关系。该情形符合乘法定理的使用条件,可用乘法定理进行计算。

在例 4 中,一方产生的配子为 *YR*(1/3)、*Yr*(1/6)、*yR*(1/3)、*yr*(1/6), 满足  $(YR) \times (yr) = (Yr) \times (yR)$  的比例关系; 另一方产生的配子为 *Yr*(1/6)、*yR*(1/3)、*yr*(1/2), 其比例关系  $(YR) \times (yr) \neq (Yr) \times (yR)$ , 所以,该情形不符合乘法定理的使用条件,不能用乘法定理进行计算。

通过以上分析,乘法定理在遗传计算时较为简单快捷,但需要注意其适用条件,把握好其数学本质与生物学原理的联系,以免出错。

主要参考文献

[1] 李江, 骆婷, 易航宇, 等. 基于基因自由组合定律的概率计算方法及例析. 生物学通报, 2021, 56(11): 19. (E-mail: wangyulong622@126.com)